

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.

Второй тур. 25 января 2021 г.

Задача 2.7.3. Две кастрюли под дождём (10 баллов). Две цилиндрические кастрюли стояли под дождём. Первая заполнилась за время $T_1 = 4$ ч, а вторая – за $T_2 = 2$ ч. Если бы вода из второй кастрюли перетекала в первую с постоянным объемным расходом, то они заполнились бы одновременно за $T = 2,5$ ч.

Определите отношение высот h_1/h_2 , площадей S_1/S_2 и объемов V_1/V_2 кастрюль. Интенсивность дождя считайте постоянной.

Примечание: под интенсивностью дождя понимается объем осадков, выпадающих за единицу времени на единичную площадку.

Возможное решение (К. Кутелев). Объем воды, которая попадает в кастрюлю в единицу времени, пропорционален площади кастрюли. Тогда условие заполнения кастрюль можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} uS_1T_1 = h_1S_1; \\ uS_2T_2 = h_2S_2; \end{cases} \quad (1)$$

где интенсивность u дождя – имеет размерность скорости (типичные значения интенсивности дождя $1 - 10$ мм/ч).

Из системы (1) получаем $\frac{h_1}{h_2} = \frac{T_1}{T_2} = 2$.

Обозначим символом V объем воды, перекачиваемый между кастрюлями в единицу времени. Тогда условие заполнения кастрюль можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} (uS_1 + V)T = h_1S_1; \\ (uS_2 - V)T = h_2S_2. \end{cases} \quad (2)$$

Подставим объемы кастрюль из системы (1):

$$\begin{cases} (uS_1 + V)T = uS_1T_1; \\ (uS_2 - V)T = uS_2T_2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(S_1 + \frac{V}{u}\right)T = S_1T_1; \\ \left(S_2 - \frac{V}{u}\right)T = S_2T_2. \end{cases}$$

После суммирования системы уравнений (3) получим:

$$(S_1 + S_2)T = S_1T_1 + S_2T_2; \Rightarrow \left(\frac{S_1}{S_2} + 1\right)T = \frac{S_1}{S_2}T_1 + T_2; \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{T_2 - T}{T - T_1} = \frac{1}{3}.$$

Найдём отношение объемов:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{h_1}{h_2} \frac{S_1}{S_2} = \frac{T_1(T_2 - T)}{T_2(T - T_1)} = \frac{2}{3}.$$

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.

Второй тур. 25 января 2021 г.

№	Задача 2.7.3. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Отмечено, что объем воды, попадающей в кастрюлю в единицу времени, пропорционален площади кастрюли	1
2	Записана система уравнений (1) или приведены рассуждения, показывающие, что $h_1 / h_2 = T_1 / T_2$	2
3	Получено соотношение $h_1 / h_2 = T_1 / T_2 = 2$	1
4	Записана система уравнений (2) или аналог	2
5	Найдено соотношение S_1/S_2	3
6	Найдено соотношение V_1/V_2	1

Примечания к критериям

1. Если в п.п. 3, 5 и 6 критериев найдены обратные отношения, то баллы ставятся полностью.
2. В п.3 и п.6 по 1 баллу ставится за правильную формулу с правильным численным ответом.
3. В п.5 ставится по 1 баллу за правильную формулу и 1 балл за правильный численный ответ.
4. Если какие-то критерии не выполнены явно (кроме требуемых в условии задачи п.п. 3,5,6), но косвенно используются в решении, то баллы за них должны быть выставлены полностью.